

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. siječnja 2019.

7. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka su  $a, b, c, d, e$  zadani brojevi.

Iz  $\frac{a+b+c}{3} = 19$  slijedi da je  $a + b + c = 57$ . 1 BOD

Iz  $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 20$  slijedi da je  $a + b + c + d + e = 100$ . 1 BOD

Uspoređivanjem se dobije da je  $d + e = 43$ , a zadano je  $d \cdot e = 456$ . 1 BOD

Broj 456 rastavimo na proste faktore:  $456 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 19$ . 1 BOD

Kombiniranjem prostih faktora dobijemo brojeve 24 i 19 koji zadovoljavaju uvjet  $24 + 19 = 43$ .

Posljednja dva broja u nizu su 24 i 19. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Prvi način:

Neka je  $c$  cijena proizvoda prije obje promjene.

Nakon uvećanja od 10 % cijena proizvoda će biti  $c_1 = 110 \% c$ , 1 BOD

a nakon smanjenja od 30 % cijena će biti  $c_2 = 70 \% c_1$ . 1 BOD

Cijena nakon obje promjene bit će  $c_2 = 0.7 \cdot 1.1 \cdot c = 0.77 \cdot c = 77 \% c$ . 1 BOD

Znači, cijena će nakon obje promjene biti **niža** u odnosu na početnu i to za 23 % (100 % - 77 %). 2 BODA

Cijena nakon obje promjene bit će  $0.77 \cdot 2\,019 = 1\,554.63$  kn ili 1 554 kn i 63 lp. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Cijena proizvoda nakon povećanja od 10 % bit će  $110 \% \cdot 2\,019 = 2\,220.90$  kn. 1 BOD

Nakon sniženja od 30 % bit će  $70 \% \cdot 2\,220.90 = 1\,554.63$  kn. 1 BOD

Razlika cijena prije i nakon obje promjene je  $2\,019 - 1\,554.63 = 464.37$  kn, 1 BOD

a to je  $p \% = \frac{464.37}{2\,019} = 23 \%$ . 2 BODA

Znači, cijena će nakon obje promjene biti **niža** u odnosu na početnu i to za 23 %. 1 BOD

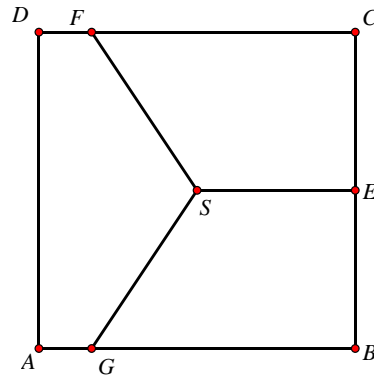
..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

Kako su površine triju poligona (dvaju četverokuta i peterokuta) koji tvore kvadrat jednake, onda je

svaka od površina jednaka  $\frac{1}{3} \text{ m}^2$ . 1 BOD

To posebice znači da je površina trapeza  $FCES$  jednaka  $\frac{1}{3} \text{ m}^2$ .



Iz uvjeta zadatka znamo da je  $S$  središte kvadrata i  $E$  polovište stranice  $\overline{BC}$ , pa mora biti

$$|SE| = |EC| = \frac{1}{2} \text{ m.} \quad 2 \text{ BODA}$$

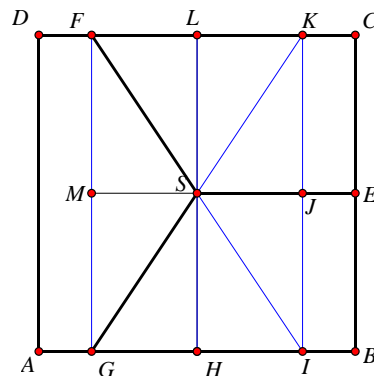
Površina trapeza  $FCES$  može se izračunati iz izraza  $p_{FCES} = \frac{|FC| + |SE|}{2} \cdot |EC|$ ,

$$\text{pa slijedi } \frac{1}{4} \cdot \left( |FC| + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}, \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{odnosno } |FC| = \frac{5}{6} \text{ m.} \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Drugi način:**



Neka je točka  $K$  na stranici  $\overline{CD}$  takva da je  $|DF| = |KC|$  i točka  $I$  na stranici  $\overline{AB}$  takva da je  $|AG| = |IB|$ . Nadalje, neka su točke  $L$  i  $H$  polovišta dužina  $\overline{FK}$  i  $\overline{GI}$ , točke  $M$  i  $J$  sjecišta pravca  $\overline{ES}$  sa stranicama pravokutnika  $FKIG$ .

Prema poučku S-K-S trokuti  $SLF$ ,  $SLK$ ,  $SJK$ ,  $SMG$ ,  $SMF$  su sukladni i imaju jednake površine; označimo tu površinu sa  $P_1$ . 1 BOD

Četverokut  $AGFD$  je dvaput veće površine od četverokuta  $JECK$ ; označimo njegovu površinu sa  $P_2$ . 1 BOD

Iz uvjeta jednakosti površina poligona  $SFDAG$  i  $SECF$  slijedi da je  $2P_1 + 2P_2 = 3P_1 + P_2$ , 1 BOD

pa slijedi da je  $P_1 = P_2$ . 1 BOD

Iz toga slijedi da je  $|FL| = |LK| = 2|KC|$ . 1 BOD

Kako je  $|KC| = |FD|$  i  $|FL| + |LK| + |KC| + |FD| = 1$ , slijedi da je  $|FC| = \frac{5}{6}$  m. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4.  $\frac{21}{26} = 21 : 26 = 0.8076923\ 076923\ 076923\ \dots = 0.8\dot{0}7692\dot{3}$  2 BODA

Period ima 6 znamenki (076923). 1 BOD

Prva znamenka iza decimalne točke je 8 i ona se ne ponavlja. 1 BOD

$2019 - 1 = 2018$

$2018 : 6 = 336$  i ostatak 2 1 BOD

2019. znamenka iza decimalne točke je druga znamenka perioda, a to je 7. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

### 5. Prvi način:

U 5 kg kupljene zemlje ima 88 % suhe tvari, odnosno  $5 \cdot 0.88 = 4.4$  kg. 2 BODA

Masa suhe tvari ostat će ista i nakon nadolijevanja vode.

Neka je u 5 kg zemlje dodano  $x$  kg (litara) vode.

Tada vrijedi  $4.4 = 0.72(5 + x)$ . 2 BODA

$\Rightarrow x = \frac{0.8}{0.72} = \frac{80}{72} = \frac{10}{9} = 1.\dot{1}$  litara. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

### Drugi način:

Neka je  $x$  masa vode (kg) koju treba uliti u zemlju.

Tada vrijedi:  $5 \cdot 12\% + x \cdot 100\% = (5 + x) \cdot 28\%$ , 2 BODA

odnosno  $5 \cdot 0.12 + x = 1.4 + 0.28x$ . 2 BODA

$\Rightarrow x = \frac{0.8}{0.72} = \frac{80}{72} = \frac{10}{9} = 1.\dot{1}$  litara. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Trošak za fasadu je 1 200 000 kn. Bespovratni dio sredstava iznosi 60% što znači da stanari moraju podmiriti 40% troškova, što iznosi 480 000 kn. 1 BOD

Prosječna godišnja cijena grijanja bila je 168 000 kn, a s uštedom od 35% iznosit će 109 200 kn. 1 BOD

Označimo s  $n$  broj godina potrebnih da se investicija isplati, onda je ukupna cijena za  $n$  godina grijanja prije stavljanja nove fasade  $168\ 000\ n$ , 1 BOD

a ukupna cijena za  $n$  godina grijanja nakon postavljanja fasade  $109\ 200\ n$ . 1 BOD

Treba odrediti najmanji broj godina za koji će trošak grijanja prije stavljanja nove fasade biti veći od zbroja ukupnih troškova grijanja poslije stavljanja fasade i troškova za fasadu koje plaćaju stanari. 1 BOD

Odredimo najmanji prirodni broj  $n$  za koji vrijedi:

$168\ 000\ n > 109\ 200\ n + 480\ 000$ . 1 BOD

$168\ 000\ n - 109\ 200n > 480\ 000$

$58\ 800n > 480\ 000$  1 BOD

$n > \frac{480\ 000}{58\ 800}$  1 BOD

Kako je  $\frac{480\,000}{58\,800} \approx 8.2$ ,

1 BOD

najmanji prirodni broj koji zadovoljava ovaj uvjet je 9, odnosno investicija će se isplatiti za 9 godina.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Budući da je  $|OP| = 7$  cm, točka  $P$  može imati koordinate 7 ili  $-7$ .

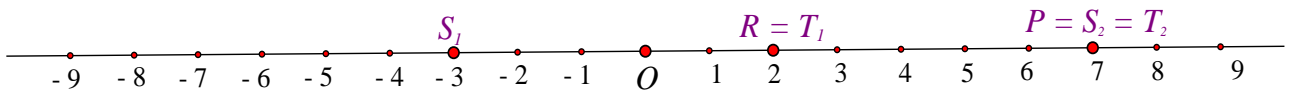
1 BOD

Slično, točka  $R$  može imati koordinate 2 ili  $-2$ .

1 BOD

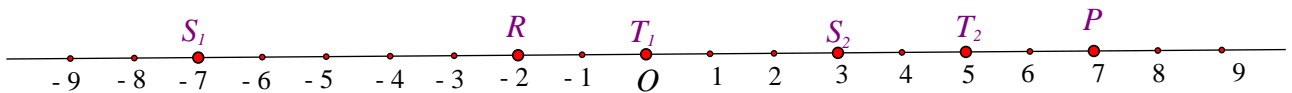
Razlikujemo 4 slučaja:

1.  $P(7), R(2) \rightarrow S_1(-3)$  ili  $S_2(7) \rightarrow T_1(2)$  ili  $T_2(7)$



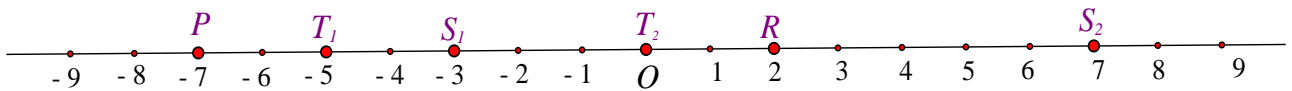
2 BODA

2.  $P(7), R(-2) \rightarrow S_1(-7)$  ili  $S_2(3) \rightarrow T_1(0)$  ili  $T_2(5)$



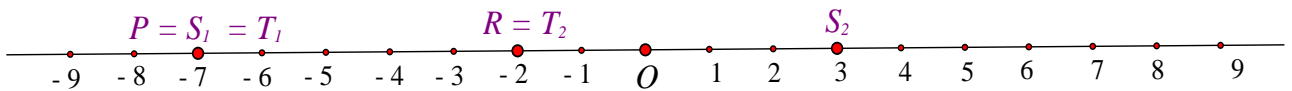
2 BODA

3.  $P(-7), R(2) \rightarrow S_1(-3)$  ili  $S_2(7) \rightarrow T_1(-5)$  ili  $T_2(0)$



2 BODA

4.  $P(-7), R(-2) \rightarrow S_1(-7)$  ili  $S_2(3) \rightarrow T_1(-7)$  ili  $T_2(-2)$



2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA