

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. siječnja 2019.

5. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

$$\begin{aligned} & 698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 9) - 456 : 228 = \\ & = 698 \cdot 134 - 130 \cdot 698 + (637 + 63) - 2 = & 2 \text{ BODA} \\ & = 698 \cdot (134 - 130) + 700 - 2 = & 1 \text{ BOD} \\ & = 698 \cdot 4 + 698 = & 1 \text{ BOD} \\ & = 698 \cdot (4 + 1) = 698 \cdot 5 = & 1 \text{ BOD} \\ & = 3\,490 & 1 \text{ BOD} \\ & \dots\dots\dots \text{UKUPNO 6 BODOVA} \end{aligned}$$

Drugi način:

$$\begin{aligned} & 698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 9) - 456 : 228 = \\ & = 698 \cdot 134 - 130 \cdot 698 + (637 + 63) - 2 = & 2 \text{ BODA} \\ & = 93\,532 - 90\,740 + 700 - 2 & 3 \text{ BODA} \\ & = 2\,792 + 700 - 2 \\ & = 3\,492 - 2 \\ & = 3\,490 & 1 \text{ BOD} \\ & \dots\dots\dots \text{UKUPNO 6 BODOVA} \end{aligned}$$

2. Jednoznamenkastim brojevima su označene stranice 1 - 9.

Za njih je potrebno 9 znamenki. 1 BOD
Dvoznamenkastim brojevima je označeno 90 stranica 10 – 99. Za te stranice je potrebno
 $2 \cdot 90 = 180$ znamenki. 1 BOD
Za ostale stranice potrebno je $2\,019 - (9 + 180) = 2\,019 - 189 = 1\,830$ znamenki. 1 BOD
Troznamenkastih rednih brojeva stranica ima $1\,830 : 3 = 610$. 1 BOD
To su stranice 100 – 709. 1 BOD
Knjiga ima 709 označenih stranica. 1 BOD
 $\dots\dots\dots$ UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

Označimo s x broj uzastopnih večeri koje je Luka imao izvrstan nastup.
Tada je $10 - x$ večeri imao dobar nastup. 2 BODA
Iz uvjeta zadatka slijedi da je $x \cdot 500 + (10 - x) \cdot 300 = 3\,600$. 2 BODA
odnosno $200 \cdot x = 600$, tj. $x = 3$, dakle, Luka je 3 večeri imao izvrstan nastup. 2 BODA
 $\dots\dots\dots$ UKUPNO 6 BODOVA

Primjedba: Ukoliko učenik ima točan rezultat bez obrazloženja, dobiva 3 boda, ukoliko je napisao provjeru da to rješenje zadovoljava uvjete zadatka dobiva 4 boda, a ukoliko je, na bilo koji način (recimo kao što je to gore opisano), **dokazao** da je to jedino rješenje, dobiva svih 6 BODOVA.

Drugi način:

Za svih 10 nastupa Luka je sigurno dobio $10 \cdot 300 = 3\ 000$ kuna.	2 BODA
Izvrstan nastup plaća se dodatnih $500\ \text{kn} - 300\ \text{kn} = 200\ \text{kn}$.	1 BOD
Razliku $3\ 600\ \text{kn} - 3\ 000\ \text{kn} = 600\ \text{kn}$ ostvario je za izvrsne nastupe.	1 BOD
Broj izvrsnih nastupa je $600\ \text{kn} : 200\ \text{kn} = 3$.	2 BODA
.....	UKUPNO 6 BODOVA

4. Najveći troznamenkasti parni broj s različitim znamenkama je 986,	1 BOD
a najmanji troznamenkasti neparni broj s različitim znamenkama je 103.	1 BOD
Njihov je zbroj 1 089, a razlika 883.	2 BODA
Traženi umnožak iznosi 961 587.	2 BODA
.....	UKUPNO 6 BODOVA

5. Prvi način:

Neka je x nepoznati broj.	
$56 + 57 + 58 + \dots + 105 + 106 = x + 2\ 112$	1 BOD
Prema Gaussovoj dosjetci:	
$106 \cdot 107 : 2 - 55 \cdot 56 : 2 =$	2 BODA
$= 5\ 671 - 1\ 540$	
$= 4\ 131$	1 BOD
$4\ 131 = x + 2\ 112$	
$x = 4\ 131 - 2\ 112$	1 BOD
$x = 2\ 019$	1 BOD
.....	UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Neka je x nepoznati broj.	
$56 + 57 + 58 + \dots + 105 + 106 = x + 2\ 112$	1 BOD
Prema Gaussovoj dosjetci:	
$25 \cdot 161 + 106 =$	2 BODA
$= 4\ 025 + 106$	
$= 4\ 131$	1 BOD
$4\ 131 = x + 2\ 112$	
$x = 4\ 131 - 2\ 112$	1 BOD
$x = 2\ 019$	1 BOD
.....	UKUPNO 6 BODOVA

Treći način:

Neka je x nepoznati broj.	
$56 + 57 + 58 + \dots + 105 + 106 = x + 2\ 112$	1 BOD
Prema Gaussovoj dosjetci:	
$(51 \cdot 162) : 2 =$	2 BODA
$= 8\ 262 : 2$	
$= 4\ 131$	1 BOD
$4\ 131 = x + 2\ 112$	
$x = 4\ 131 - 2\ 112$	1 BOD
$x = 2\ 019$	1 BOD
.....	UKUPNO 6 BODOVA

6. Prvi način:

$$D(7,8) = 1, \quad D(8,9) = 1, \quad D(7,9) = 1$$

Neki broj će istovremeno biti djeljiv brojevima 7, 8 i 9 ako i samo ako je djeljiv njihovim umnoškom.

2 BODA

$$7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$$

2 BODA

$$20 \cdot 504 = 10\,080 \text{ (peteroznamenkast), dok je } 19 \cdot 504 = 9\,576 \text{ (četveroznamenkast).}$$

2 BODA

Najmanji peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 10 080. 1 BOD

$$198 \cdot 504 = 99\,792 \text{ (peteroznamenkast), dok je } 199 \cdot 504 = 100\,296 \text{ (šesteroznamenkast).}$$

2 BODA

Najveći peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 99 792. 1 BOD

.....UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

$$D(7,8) = 1, \quad D(8,9) = 1, \quad D(7,9) = 1$$

Neki broj će istovremeno biti djeljiv brojevima 7, 8 i 9 ako i samo ako je djeljiv njihovim umnoškom.

2 BODA

$$7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$$

2 BODA

$$10000 : 504 = 19$$

$$4960$$

$$424$$

$$20 \cdot 504 = 10\,080$$

2 BODA

Najmanji peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 10 080. 1 BOD

Najveći peteroznamenkasti broj djeljiv brojem 504 može se odrediti tako da se broj 99 999 umanjuje za ostatak pri dijeljenju broja 9 999 brojem 504.

$$99999 : 504 = 198$$

$$4959$$

$$4239$$

$$207$$

Najveći peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je

$$99\,999 - 207 = 99\,792.$$

3 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Prvi način:

Izražavanje duljina stranica pravokutnika u centimetrima:

$$4 \text{ m} = 400 \text{ cm}, \quad 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

1 BOD

$$\text{Površina tla plastenika: } 400 \cdot 200 = 80\,000 \text{ cm}^2$$

1 BOD

$$\text{Površina dna vaze s mačuhicama: } 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

1 BOD

$$\text{Površina dna vaze s tratinčicama: } 20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$$

1 BOD

Označimo li sa x broj vaza s tratinčicama, tada vaza s mačuhicama ima $3 \cdot x$.

1 BOD

$$x \cdot 400 + 3 \cdot x \cdot 100 = 80\,000$$

1 BOD

$$400 \cdot x + 300 \cdot x = 80\,000$$

$$700 \cdot x = 80\,000$$

1 BOD

Djelomični količnik brojeva 80 000 i 700 je 114.

1 BOD

U plasteniku će se nalaziti 114 vaza s tratinčicama.

1 BOD

$$3 \cdot 114 = 342$$

U plasteniku će se nalaziti 342 vaze s maćuhicama.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

$$\text{Površina tla plastenika: } 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}^2$$

1 BOD

$$\text{Površina dna vaze s maćuhicama: } 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

1 BOD

$$\text{Površina dna vaze s tratinčicama: } 20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$$

1 BOD

Izražavanje površine tla plastenika u cm^2 :

$$8 \text{ m}^2 = 80000 \text{ cm}^2$$

1 BOD

Označimo li sa x broj vaza s tratinčicama, tada vaza s maćuhicama ima $3 \cdot x$.

1 BOD

$$x \cdot 400 + 3 \cdot x \cdot 100 = 80\,000$$

1 BOD

$$400 \cdot x + 300 \cdot x = 80\,000$$

$$700 \cdot x = 80\,000$$

1 BOD

Djelomični količnik brojeva 80 000 i 700 je 114.

1 BOD

U plasteniku će se nalaziti 114 vaza s tratinčicama.

1 BOD

$$3 \cdot 114 = 342$$

U plasteniku će se nalaziti 342 vaze s maćuhicama.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA